Modélisation de mouvement des ailes d'insectes flexibles dans un fluide en utilisant un modèle masse-ressort

Rapport des travaux d'études et de la recherche

Réalisé par:
Kevin Logan
M1 Sciences, Mention Mécanique-Physique et Ingénierie
Voie R&D
Aix-Marseille Université
Année 2017 - 2018

Résumé

Le rapport du travail fait en cadre du module «Travaux d'études et de la recherche» présente l'étude du mouvement d'une aile d'insecte dans un domaine de fluide en repos. En cadre de l'étude un modèle masse-réssort est utilisé pour l'aile, les grandeurs du domaine fluide sont déterminées en resolvant les équations Navier-Stokes utilisant la méthode spectrale et l'interaction fluide-structure est traitée par la méthode de pénalisation. Un protocole de mouvement est imposé sur l'aile développé à partir des équations cinématiques d'un cas de référence. Une simulation a été effectuée avec un choix de paramètres pour la longueur d'aile, masse et nombre de points de masse et raideur de ressorts. On trouve que le protocole de mouvement et le choix de paramètres évoque des oscillations du modèle masse-ressort. On vérifie que les résultats sont pourtant physiques avec un cas de référence et on fait des hypothèses pour attribuer le comportement trouvé aux paramètres choisis.

Contenu

1 Introduction **1**

2 Interaction fluide-structure: équations et méthodes numériques **1**
2.1 Modèle masse-ressortet discrétisation numérique 1
2.2 Équations de Navier-Stokes et discrétisation spectrale 3
2.3 Méthodes de pénalisation pour modéliser les obstacles mobiles avec déformation 5
2.4 Équations de base 6

3 Protocole de mouvement de l'aile **7**
3.1 Configuration et paramètres 7
3.2 Cinématique de l'aile 8
3.3 Implémentation dans le solveur d'interaction fluide-structure . . 9

4 Résultats et comparaison avec la littérature **11**
4.1 Déformation de la tige sous l'influence du fluide 11
4.2 Coefficients de portance et de traînée 13
4.3 Tourbillon 15
4.4 Discussion et Perspective 16

5 Conclusion **17**

A Figures supplémentaires **19**

Liste de figures

1 Esquisse d'insecte avec coupure et projection de l'aile 2
2 Esquisse du modèle d'une aile avec points de masse et veine du bord avant (points rouges); source [1] 2
3 Esquisse d'un élément de trois points de masse 2
4 Organigramme de l'algorithme de solution pour l'interaction fluide-structure 6
5 Protocoles de mouvement pour les cas de lancé et claqué 10
6 Déformation du modèle masse-ressort dans deux milieux différents pendant la phase de rotation 12
7 Déformation du modèle masse-ressort dans deux milieux différents pendant la phase de translation constante 13
8 Coefficients de portance et de traînée au cours de temps au cas lancé 14
9 Coefficients de portance et de traînée au cours de temps au cas lancé 14
10 Coefficients en fonction de temps dans [2] avec cinématiques différentes. Le cas équivalent est montré par la ligne violet. (A) c_L lancé, (C) c_D lancé, (B) c_L claqué, (D) c_D claqué 15
11 Vorticité autour de l'aile pendant la phase de rotation au cas lancé 16
12 Phase de rotation dans l'étude de référence au cas lancé avec lignes de courant et tourbillons [2]; les tourbillons positifs sont en couleur froid et les ceux qui sont négatifs en couleur chaud 17
13 Vorticité autour de l'aile pendant la phase de rotation au cas claqué 20
14 Phase de rotation dans l'étude de référence au cas claqué avec lignes de courant et tourbillons [2];tourbillons positifs en couleur froide, négatifs en couleur chaude 21
15 Déformation du modèle masse-ressort dans deux milieux différents pendant la phase de translation constante 22

1 Introduction

Ce rapport trait la modélisation d'une aile d'insecte volant modélisée par un système masse-ressort qui est mis dans une domaine de fluide en repos.
Les échelles de grandeur d'insectes volants varient entre un millimètre et une trentaine de centimètres. Cependant, les insectes sont tous exposés aux forces résultant de l'énergie cinétique des tourbillons ainsi que de la pression dans l'écoulement de l'air de l'atmosphère. Il est concevable que les plus grands insectes s'imposent à ces forces tandis qu'il est improbable que les plus petits y arrivent. On suppose, par conséquent, qu'ils maîtrisent une technique pour se faire porter par l'air tourbillonnant. Du surcroît, les ailes d'insectes sont caractérisées en particulier par leur flexibilité ce qui, en combinaison avec le battement des ailes, détermine la création d'une force de portance qui sert à rester volant.
Le vol humain était développé sans considérant ni la flexibilité ni le battement. La taille et le pesanteur d'un corps humain ne permettent pas de comparaison aux insectes. Nonobstant, dès que de plus en plus d'importance est attribuée au vol non habité des nouvelles techniques pour le vol applicable aux petites échelles gagneront d'utilité. En conséquence, l'étude du vol d'insectes pourrait engendrer une compréhension étendu de méthodes de vol.
Ce rapport est organisé en trois parties. La première partie donne une introduction courte des méthodes et modèles numériques utilisé au sein de l'étude. Puis, la deuxième partie traite l'imposement de mouvement sur le modèle de l'aile à partir d'équations cinématiques. Les résultats des simulations sont montrés dans la troisième partie ainsi qu'une comparaison à un cas similaires choisi pour l'orientation. Finalement, la conclusion fait un résumé du rapport.

2 Interaction fluide-structure: équations et méthodes numériques

Pour cette étude on a besoin de trois modèles différents. Premièrement, un modèle est nécessaire qui représente le comportement de la structure solide de l'aile. En plus, pour obtenir les inconnues de l'écoulement, le champ de vitesse et la pression, il faut une méthode de résolution des équations de Navier-Stokes. Enfin, la méthode de limite immergée, présentée ici, est utilisée pour modéliser le solide dans le liquide et l'interaction entre l'objet et le fluide.

2.1 Modèle masse-ressortet discrétisation numérique

Au but d'obtenir un modèle en deux dimensions de l'aile à partir d'un insecte on imagine une coupure de l'aile comme le montre la figure 1.

En construisant un modèle on tient compte à trois propriétés caractéristiques d'aile d'insecte. En premier lieu, même un objet aussi léger qu'une aile d'insecte a néanmoins de masse dont la distribution est déterminée par les veines et membranes qui constituent l'aile. On fait la hypothèse que la masse soit concentrée dans un nombre de points de masse répartis le long de la corde. La veine le long

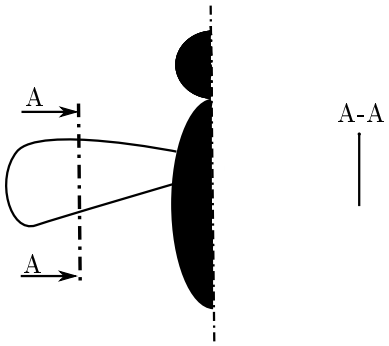


Figure 1: Esquisse d'insecte avec coupure et projection de l'aile

du bord avant est, en général la plus forte. On fait, donc, l'hypothèse que le mouvement de l'aile soit déterminé par le mouvement de la veine du bord avant et que l'aile arrière la suive. La figure 2 montre la modélisation de la corde d'une aile d'insecte avec les points de masse répartis et la veine du bord avant indiquée.

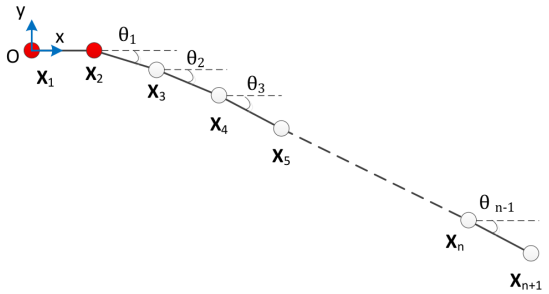


Figure 2: Esquisse du modèle d'une aile avec points de masse et veine du bord avant (points rouges); source [1]

Le matériau dont la membrane de l'aile est construit résiste fortement une déformation selon l'axe alignée sur la corde. Par contre, une déformation considérable est possible perpendiculaire à la corde, bien qu'elle soit résistée. On introduit, donc, deux types de ressorts dans le modèle. La distance entre deux points de masse est régulée par un ressort d'extension. À chaque point de masse il y a une articulation le mouvement duquel est déterminé par un ressort de spiraux autour du point de masse. La figure 3 montre un élément d'une aile avec trois points de masse, deux ressorts d'extension et un ressort de spiraux.

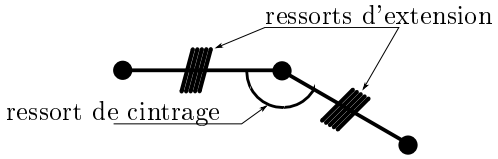


Figure 3: Esquisse d'un élément de trois points de masse

Comme la résistance des membranes contre l'étirement est fortement supérieur à

la résistance contre la flexion, il faut qu'on choisisse les raideurs des deux types de ressort tel que la raideur du ressort d'extension est fortement supérieur à celle du ressort de spiraux.
La solution dynamique du mouvement de ce tige est calculée à partir de la formulation lagrangienne du système dans deux dimensions

$$\mathcal{L} = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{2} m_i v_i^2 - \sum_{i=2}^{n-1} \frac{1}{2} k_{b_i} (\theta_i - \theta_{i-1} - \theta_{0,i})^2 - \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{2} k_{e_i} (l_i - l_{0,i})^2, \quad (1)$$

où

$$\begin{aligned} l_i &= \sqrt{(x_{i+2} - x_{i+1})^2 + (y_{i+2} - y_{i+1})^2}, \\ \theta_i &= atan2(y_{i+2} - y_{i+1})^2, x_{i+2} - x_{i+1}), \\ v_i^2 &= \dot{x}_{i+1}^2 + \dot{y}_{i+1}^2 \end{aligned} \quad (2)$$

On ramasse les valeurs de position dans un seul vecteur $q = [x_3, \ldots, x_{n+1}, y_3, \ldots, y_{n+3}]$ pour lequel les équations de Lagrange sont calculées

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_j} = Q_j, \quad \text{avec} \quad j = 1, \ldots, 2n-2 \quad (3)$$

Le premier terme à gauche représent l'énergie cinétique tandis que le deuxième est l'expression de l'énergie potentiel, c'est-à-dire l'énergie réservée dans les ressorts (F_{int}). On tient également compte aux forces extérieurs F_{ext} causées par un fluide ou la gravitation tant que les forces d'amortissement F_{amort}. Le bilan de forces est donc formulé

$$\begin{cases} m_i \ddot{x}_{i+1} - F_{x_{i,int}} - F_{x_{i,ext}} - F_{x_{i,amort}} &= 0, \quad \text{avec} \quad i = 1, \ldots, n-1 \\ m_i \ddot{y}_{i+1} - F_{y_{i,int}} - F_{y_{i,ext}} - F_{y_{i,amort}} &= 0 \end{cases} \quad (4)$$

Entre le priemer et le second point de masse rien n'est calculé comme leur position et la distance entre eux sont déterminées par les conditions limites. C'est ainsi que la position et la vitesse de chaque point de masse est calculée à chaque instant. [1] L'approche du modèle masse-ressort a déjà été utilisée dans nombreux autres cas traitant des problèmes similaires avec limites immergées (cf. par exemple [3], [4]).

2.2 Équations de Navier-Stokes et discrétisation spectrale

À l'égard des méthodes numériques qui sont disponibles pour calculer les inconnues du champ de vitesse et de pression les méthodes de différences et volumes finis sont applicables dans une grande variété de géométries tandis que les méthodes spectrales sont limités à certaines cas. Le principe fondamental des méthodes spectrales est présenté ici avant que les bénéfices ainsi que les restrictions soient cités.

Pour calculer les inconnues d'un champ de vitesse on résout les équations de Navier-Stokes pour un fluide incompressible (avec une masse volumique supposée d'unité)

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i} - \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} &= f, && \text{dans le domaine} \quad \Omega_f \\ \nabla \cdot \mathbf{u} &= 0, && \text{dans le domaine} \quad \Omega_f \\ \mathbf{u}(\mathbf{x}, 0) &= \mathbf{u}_0, && \text{dans le domaine} \quad \Omega_f \\ \mathbf{u} &= \mathbf{u}_\Sigma, && \text{sur le limite} \quad \Sigma. \end{aligned} \tag{5}$$

Il est, alors, nécessaire qu'on calcul les dérivés de la vitesse $\mathbf{u}$ tant qu'on résoudre une équation de Poisson pour la pression

$$\triangle p = \nabla \cdot (f - (\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u}) \tag{6}$$

pour garantir un comportement incompressible. On choisit pour la discrétisation et le calcul des équations la méthode spectrale qui est rapidement rappeler cidessous. Les méthodes spectrales s'appuient sur la transformation de Fourier

$$f(x_i) = \sum_{q=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} \hat{f}(k_q) e^{ik_q x_i}, \tag{7}$$

l'inverse de laquelle est donnée par

$$\hat{f}(k_q) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} f(x_i) e^{-ik_q x_i}, \tag{8}$$

où f est une fonction de la variable discrète x_i, qui résulte de la discrétisation de la variable x en N partie avec $x_i = i\Delta x$, $i = 1, 2, 3, ..., N$ et $\Delta x = l/N$, l étant la longueur de l'intervalle sur lequel x est considéré. La nombre d'onde k de mode q est $k_q = 2\pi q/(\Delta x N)$. Cette somme sert en outre comme interpolation de $f(x)$ qui est en conséquence défini sur le long de x et pas seulement à $f(x_i)$. Une dérivation se simplifie en espace fréquentiel en une multiplication par ik_q et alors ne coûte pas cher numériquement. Les multiplications qu'il faut également calculer correspondent, cependant, à l'opération coûteuse de convolution dans l'espace fréquentiel. Elles sont, donc, calculées dans l'espace temporel. Par conséquent, la méthode spectrale engendre trois transformations de Fourier et leur inversion. La complexité de la méthode se monte à $N \log N$ lorsqu'on utilise le procédé de «Fast Fourier Transform (FFT)». [5], [6]
La méthode spectrale a d'abord comme avantage qu'elle est une des plus précis méthodes numériques pour les fluides or elle fait partie des méthodes pour la «simulation numérique directe (DNS)». L'erreur numérique diminue au mesure exponentiel par rapport à un N montant. En revanche, l'utilisation de la méthode spectrale impose deux contraintes principales à satisfaire. En premier lieu, on ne peut imposer que des conditions limites périodiques. Au cas d'un objet dans un écoulement uniforme les conditions amontes et avales ne sont pas pareil.

Une solution pour ce problèmes est l'introduction dans le domaine de calcul d'un éponge, c'est-à-dire une région en viscosité élevée qui enlève les tourbillons du suivi de l'obstacle [6]. Deuxièmement, il est nécessaire que le maillage pour la discrétisation du domaine soit uniforme, donc que chaque maille ait la même taille. On est alors obligé d'investir autant de ressources pour le calcul de régions à peu intérêt que pour les régions où les phénomènes étudiés apparaissent. Enfin, le nombre de points de discrétisation N doit être égale à une potence de 2 pour que la méthode fonctionne. Il faut, donc, faire attention que la taille de l'objet étudié corresponde à la résolution du maillage. La méthode spectrale peut nonobstant être utilisé efficacement, il ne faut que tenir comte aux restrictions imposées par la méthode. Le maillage pour le fluide est un maillage eulerien contrairement au maillage du solide.

2.3 Méthodes de pénalisation pour modéliser les obstacles mobiles avec déformation

En étudiant les problèmes d'objets mobiles dans un fluide on a besoin d'un couplage entre le solide et le fluide. Au sein de cette couplage les forces exercées par le fluide sur le solide et vice versa doivent être considérées. Tout d'abord, cependant, il faut définir la position du solide ainsi que les conditions limites dans une domaine discrétisée strictement par un maillage équidistant.
Parmi la grande variété de méthodes de limites immergés ici la méthode de pénalisation de volume a été utilisée pour enfoncer le solide, dans ce cas le modèle masse-ressort de l'aile, dans le domaine du fluide. On fait l'hypothèse d'un milieu poreux pour le solide en définissant une perméabilité η faible pour garantir que le fluide ne puisse pas pénétrer dans l'intérieur. Le système d'équations pour un fluide (équation 5) se récrit alors pour le cas de pénalisation de volume avec un terme de modélisation de solide sur la côté gauche de l'équation de la quantité de mouvement

$$\begin{aligned} \frac{\mathbf{u}_\eta}{\partial t} + (\mathbf{u}_\eta \cdot \nabla)\mathbf{u}_\eta + \nabla p - \nu \triangle \mathbf{u}_\eta + \frac{\chi_{\Omega_s^k}}{\eta}(\mathbf{u}_\eta - \mathbf{u}_{\Sigma^k}) = f, \qquad & \text{dans} \quad \Omega \\ \nabla \cdot \mathbf{u}_\eta = 0, \qquad & \text{dans} \quad \Omega \\ \mathbf{u}_\eta(\mathbf{x}, 0) = \mathbf{u}_0, \qquad & \text{dans} \quad \Omega \\ \mathbf{u}_\eta = \mathbf{u}_\Sigma, \qquad & \text{sur} \quad \Sigma \end{aligned} \tag{9}$$

La perméabilité est représenté par η et la vitesse du solide par $\mathbf{u}_\Sigma$. On appelle $\chi_{\Omega_s^k}$ la fonction de masque d'une domaine solide Ω^k. Elle est donnée par

$$\chi_{\Omega_s^k}(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1, & \text{si} \quad \mathbf{x} \in \overline{\Omega_s^k} \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases} \tag{10}$$

Lorsque la distance entre un point lagrangien et un point eulerien est inférieur à un épaisseur d'aile donné, la fonction de masque prend la valeur 1 et le terme complémentaire devient d'ordre dominante à cause de la perméabilitié faible. Les termes traitant les grandeurs du fluide sont négligés puisqu'on se trouve

dans la domaine solide. Pour éviter les dégâts qui sont engendrés par une telle discontinuité on intruduit une zone de transition entre les régions où χ prend la valeur 0 et 1 respectivement. [7]
Pour illustré le couplage entre le solveur du solide et le solveur du fluide, la routine pour calculer le problème d'interaction fluide-structure entier est montré dans la figure 4.

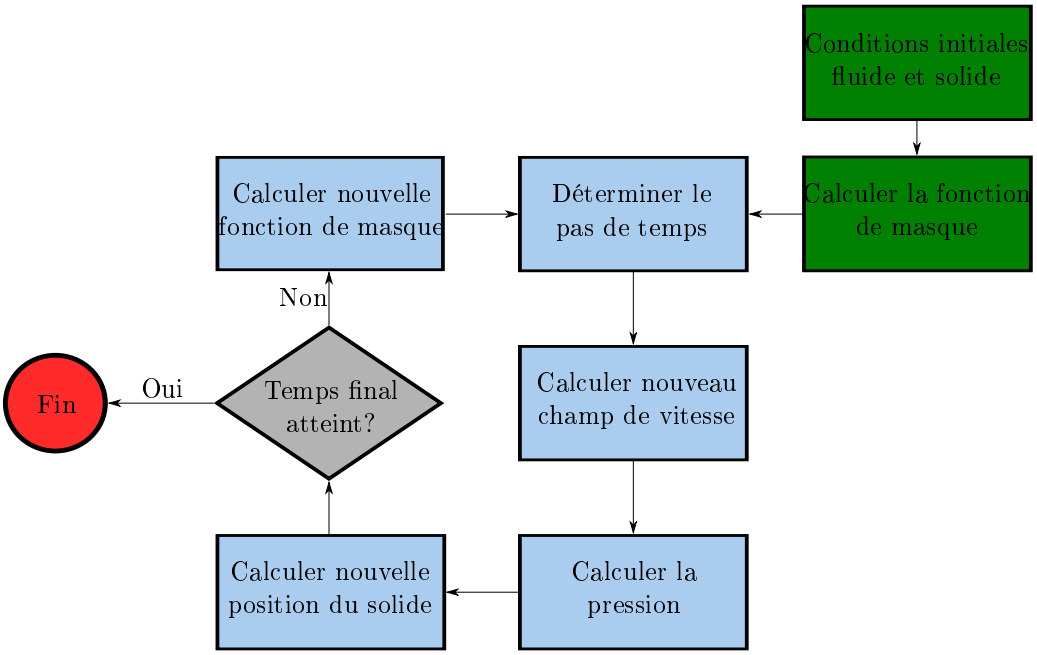


Figure 4: Organigramme de l'algorithme de solution pour l'interaction fluide-structure

2.4 Équations de base

Dans le cadre de l'évaluation des résultats on a besoin de quelques équations et fonctions fondamentales. En premier lieu, on calcule la force exercé sur l'aile à partir de la pression du fluide. La force est calculé par

$$\mathbf{F} = \lim_{\eta \to 0} \frac{1}{\eta} \int_{\Omega_s} \chi_{\Omega_s} (\mathbf{u}_\eta - \mathbf{u}_\Sigma)\, dx. \tag{11}$$

La force est puis décomposée en deux parties, la partie dans la direction le long de la corde est l'autre partie perpendiculaire à la corde de l'aile, c'est-à-dire les composantes de portance et de traînée

$$\begin{aligned} F_{port} &= \cos(\alpha)\mathbf{F}, \\ F_{tr} &= \sin(\alpha)\mathbf{F}. \end{aligned} \tag{12}$$

En reliant les forces aux valeurs caractéristiques de vitesse (V), de longueur (L) et de densité (unité ici) on obtient des valeurs sans dimensions qui aide à faire une comparaison entre configurations différents

$$\begin{aligned} c_L &= \frac{2F_{port}}{\rho L V^2}, \\ c_D &= \frac{2F_{tr}}{\rho L V^2}. \end{aligned} \tag{13}$$

Du surcroît, on introduit la fonction de courant ψ qui résolut les équations différentielles

$$\mathbf{u} = \nabla \times \psi. \tag{14}$$

La fonction peut également être trouvé en résolvant une équation de Poisson, la vorticité ω étant le terme non-homogène

$$\triangle \psi = -\omega. \tag{15}$$

Ayant ainsi cité les méthodes et modèles réquis pour cette étude, on passe à la présentation du protocole de mouvement imposé à l'aile.

3 Protocole de mouvement de l'aile

Les méthodes numériques citées ci-dessus sont désormais appliquées au problème d'une aile d'insecte mobile dans un fluide au repos. Cette façon de problème sert à valider le comportement de la simulation contre expériences ou simulations déjà validées afin de garantir que les modèles reproduisent la physique avant de les exposer à phénomènes complexes comme, par exemple, la turbulence. Cette section traitera la configuration du domaine de calcul et les paramètres choisis ainsi que la cinématique imposée à l'aile et le procédé pour arriver à une simulation pour l'interaction fluide structure. Miller et Peskin ont fait une étude du mouvement des ailes d'insectes flexibles dans un fluide visqueux en 2009 [2]. Même si l'étude présentée ici se oriente à cette étude il y a cause pour une déviation par rapport à certaines paramètres.

3.1 Configuration et paramètres

L'étude de Miller et Peskin trait le battement de l'aile d'insecte pendant les phases de claqué et de lancé à un nombre de Reynolds 10 et se oriente largement à un expériences de Dickinson et Götz de 1993 [8] où la viscosité du fluide vaut $0.0000235 m^2 s^{-1}$. La longueur de l'aile est donné par $0.05m$ et elle est mise dans une domaine de $(1m + 30h) \times (1m + 30h)$, h étant la taille de l'intervalle de discrétisation. Le maillage cartésien a 1230 point en chaque direction et le modèle masse-ressort est une gamme de 120 points lagrangiens. La raideur des ressort d'extension est fixé à $1.44 \times 10^5 kgs^{-2}$ tandis que la raideur des ressort de spiraux varie entre 0.125κ et 2κ, κ étant $5.5459 \times 10^{-6} Nm$.

En essayant de reproduire la configuration de Miller et Peskin on s'est aperçu du problème de paramètres ne pas explicitement donné et plus gravement des problèmes de stabilité de la simulation. La configuration s'écarte, donc, en quelques instances de celle citée ci-dessus tout en gardant d'autres, nottament le nombre de Reynolds à 10. Le domaine de calcul est de grandeur $(0.8m)\times(1m)$ et le modèle de l'aile est de langueur $L_b = 0.05m$ et d'épaisseur $t_b = 0.005$ La viscosité est repris de [2], la vitesse caractéristiques du problème étant $V = 4.7\times 10^{-3}$ on obtient $Re = 10$. La discrétisation dans l'espace est effectuée avec $N = 512$ intervalles. Or les difficulté de stabilité de dćlenchait avec un nombre élevé, on choisit une valeur pour le nombre de points de masse $n = 20$ chaque un ayant une masse de $m_i = 0.005kg, \quad i = 1, \ldots, n-1$. La raideur de la tige dépend de la relation entre la distance de deux points de masse est la raideur des ressorts de spiraux. Comme la raideur des ressorts d'extension est donnée par $k_e = 1.44 \times 10^5 kgs^{-2}$ et dépasse, donc, fortement la raideur de spiraux la distance entre deux points de masse est supposée constante. La valeur du coefficient de spiraux est reprise de l'étude de référence. Malgré la proximité de la configuration à celle de [2] on n'attend pas une coïncidence des résultats, puisque plusieurs paramètres fondamentaux s'écartent. Nonobstant, une rassemblance qualitative entre les résultats des deux cas devrait être constaté même si les quantités se diffèrent.

3.2 Cinématique de l'aile

La cinématique du battement d'aile au vol d'insecte a été étudiée rigoureusement (cf. par exemple [9]). Dans l'étude de référence la routine pour le battement proposée est un traitement séparé de claqué et lancé. L'intervalle de temps simulé durait de $t_0 = 0$ jusqu'à $t_{fin} = 50s$ ($73.0851s$ dans le cas de référence). Le cas lancé commence par l'aile dans une position alignée avec l'axe horizontale du repère défini ($\alpha_0 = 0$). Le mouvement proposé est une superposition d'une translation et une rotation, puis, après un angle de rotation $\Delta\alpha = 45°$ est atteint une translation simple. L'aile partant du repos à l'instant $t = 0$, les équations cinématiques propsées commencent par une phase d'accélération. Lorsque la vitesse caractéristique V est atteinte, elle reste constante à cette valeur. L'équation de la vitesse pendant l'accélération est donnée par

$$v(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}V\left\{1 + \cos\left[\pi + \frac{\pi t}{\Delta t_{accel}}\right]\right\}, & \text{si} \quad t \leq \Delta t_{accel} \\ V, & \text{si} \quad t \geq \Delta t_{accel}. \end{cases} \tag{16}$$

où Δt_{accel} est l'intervalle de temps dans lequel l'accélération jusqu'à V est achevée. On fixe $\Delta t_{accel} = 13.8298s$ selon Miller et Peskin. La vitesse angulaire passe directement de la phase d'accélération à une phase de décélération symétrique. L'équation cinématique pour ce mouvement est donnée par

$$\omega(t) = \begin{cases} \frac{\Delta\alpha}{\Delta t_{rot}}\left\{1 - \left[\cos\left(2\pi\frac{t}{\Delta t_{rot}}\right)\right]\right\}, & \text{si} \quad t \leq \Delta t_{rot} \\ 0, & \text{si} \quad t \geq \Delta t_{rot}. \end{cases} \tag{17}$$

avec l'intervalle de temps $\Delta t_{rot} = 18.5106s$ dans lequel la rotation est effectuée. Le développement des vitesses angulaire et linéaire au cour du temps sont af-

fichées dans la figure 5a.

Par contre, au cas de claqué, à $t_0 = 0$ la tige fait un angle de $\alpha_0 = -45°$ avec l'axe horizontale. La vélocité initiale est $v(t = 0) = V$. Après une période de translation simple une décélération de $v(t) = V$ à $v(t_{fin}) = 0$ est imposée. Le protocole cinématique de translation au cas de claqué est donc

$$v(t) = \begin{cases} V, & \text{si} \quad t \leq t_{fin} - \Delta t_{decel} \\ V - \frac{1}{2}V\left\{1 + \cos\left[\pi + \frac{\pi(t - t_{fin} + \Delta t_{decel})}{\Delta t_{decel}}\right]\right\}, & \text{si} \quad t \geq t_{fin} - \Delta t_{decel}, \end{cases} \tag{18}$$

où $\Delta t_{decel} = \Delta t_{accel}$. La cinématique de rotation dans le cas de claqué est pareil à celle de lancé sauf que la rotation ne soit pas déclenchée qu'à l'instant $t = t_{fin} - \Delta t_{rot}$ au lieu de $t = 0$. Donc, l'équation est donnée par

$$\omega(t) = \begin{cases} 0, & \text{si} \quad t \leq t_{fin} - \Delta t_{rot} \\ \frac{\Delta\alpha}{\Delta t_{rot}}\left\{1 - \left[\cos\left(2\pi\frac{t - t_{fin} + \Delta t_{rot}}{\Delta t_{rot}}\right)\right]\right\}, & \text{si} \quad t \geq t_{fin} - \Delta t_{rot} \end{cases} \tag{19}$$

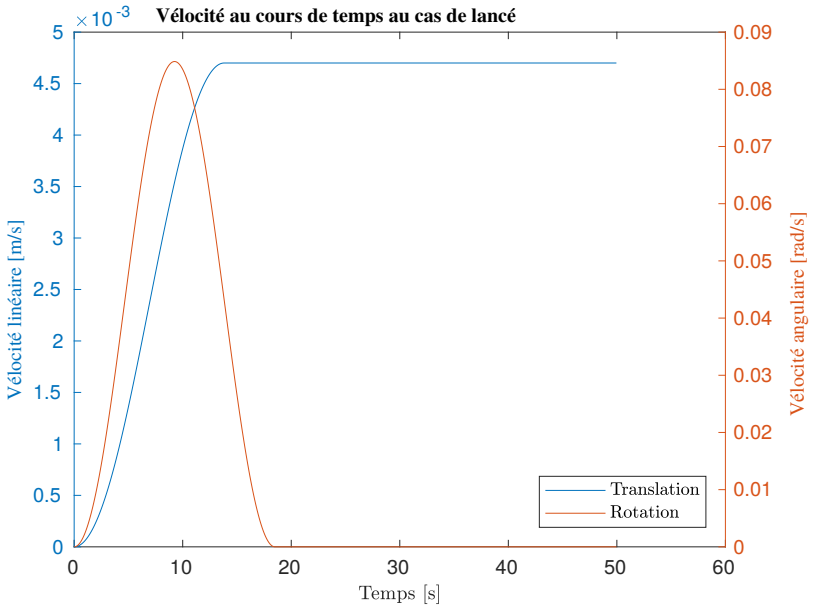
Le protocole cinématique entier est montré dans la figure 5.

3.3 Implémentation dans le solveur d'interaction fluide-structure

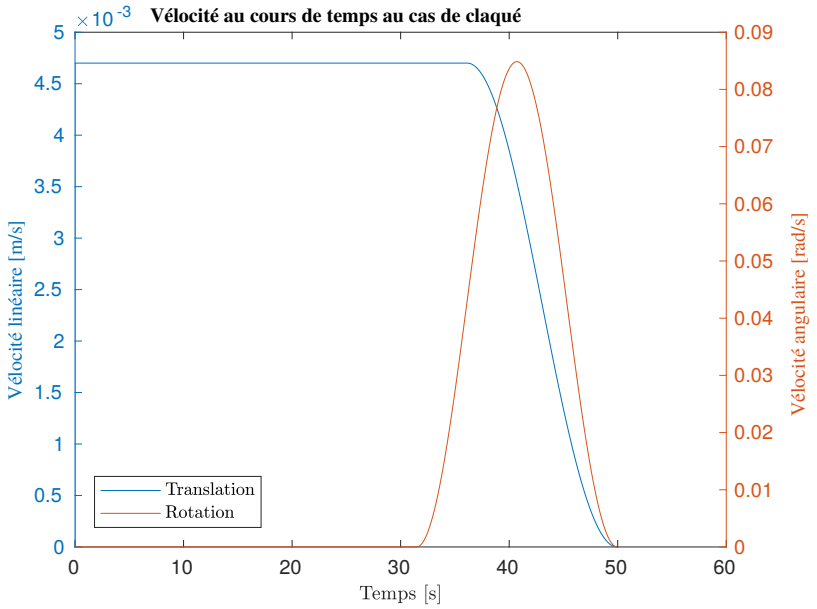
D'abord, le protocole cinématique est testé avec un solveur seulement pour le solide existant afin de garantir le comportement cherché et la convergence de la solution à chaque pas de temps sans l'engagement de ressources informatiques étendus. Puis, le solveur du solide est intégré comme une sous-routine dans le solveur d'interaction fluide-structure.
Le mouvement est imposé sur la tige par une condition limite qui change au cour de temps sur les deux premiers points de masse représentant la veine du bord avant de l'aile (cf. figure 2). Le premier point expérience la translation pendant que le deuxième parcourt une rotation autour du premier point. Les valeurs des vitesses linéaire et angulaire étant connues, la nouvelle position des deux point après un pas de temps est facilement calculée à partir des équations différentiels de mouvement simples

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} &= v(t) \\ \frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t} &= \omega(t). \end{aligned} \tag{20}$$

On choisit la méthode de différences décentrées en régime Crank-Nicholson (ordre 2 en temps et en espace) pour la discrétisation temporelle des dérivés. On pose $x(t = p\Delta t) \approx x^{(p)}$ et $\alpha(t = p\Delta t) \approx \alpha^{(p)}$. Les équations du mouvement discrétisées sont donc



(a) Vitesses en dépendance du temps au cas de lancé



(b) Vitesses en dépendance du temps au cas de claqué

Figure 5: Protocoles de mouvement pour les cas de lancé et claqué

$$\begin{aligned} \frac{x^{(p+1)}-x^{(p)}}{\mathrm{d}t} &\approx \frac{1}{2}\left(v^{(p)}+v^{(p+1)}\right) \\ \frac{\alpha^{(p+1)}-\alpha^{(p)}}{\mathrm{d}t} &\approx \frac{1}{2}\left(\omega^{(p)}+\omega^{(p+1)}\right). \end{aligned} \tag{21}$$

Les nouvelles positions du premier point de masse $\mathbf{x}_1$ et le deuxième $\mathbf{x}_2$ sont alors ainsi calculées

$$\begin{aligned} x_1^{(p+1)} &= x_1^{(p)} + \tfrac{1}{2}\left(v^{(p)} + v^{(p+1)}\right)\mathrm{d}t \\ \alpha^{(p+1)} &= \alpha^{(p)} + \tfrac{1}{2}\left(\omega^{(p)} + \omega^{(p+1)}\right)\mathrm{d}t \\ x_2^{(p+1)} &= x_1^{(p+1)} + \cos(\alpha) l_0 \\ y_2^{(p+1)} &= y_1^{(p+1)} + \sin(\alpha) l_0. \end{aligned} \tag{22}$$

avec la distance entre les deux points de masse à l'instant $t = 0$, $l_0 = L_b/(n-1)$. La choix du pas de temps se fait pour obtenir une bonne résolution des effets qui apparaissent ainsi qu'un schéma stable sans que le calcul soit excessivement coûteux. On formule donc trois conditions pour $\mathrm{d}t$, la plus restrictive desquels détermine le pas de temps

$$\mathrm{d}t = \min\left\{\frac{C\mathrm{d}x}{u_{max}}, 10^{-3}, (t_{fin} - t)\right\} \tag{23}$$

où le nombre de Courant-Friedrichs-Lévy (C) est 0.25, l'intervalle de discrétisation en espace $\mathrm{d}x = 7.8125 \times 10^{-3}$ et u_{max} la vitesse maximale dans le domaine à chaque pas de temps.
Après avoir constaté une performance satisfaisante du solveur pour le solide dans le vide, on enlève la boucle de temps dans le solveur et le déclare comme une fonction les arguments de laquelle sont la position de la tige et les forces de pression du fluide et le résultat de laquelle est la nouvelle position de chaque point de masse. On relie tous les variables correspondantes entre le solveur globale et celui du solide et enfin obtient le solveur d'interaction fluide-structure entier.

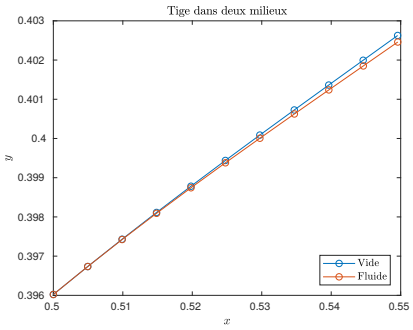
4 Résultats et comparaison avec la littérature

Trois aspects des résultats sont contemplés pour évaluer les constatations de la simulation. Comme l'implémentation du mouvement a été éfectué d'abord dans le vide et puis dans un fluide, on compare la déformation dans les deux milieux. Les deux coefficients déterminants du vol sont calculés et comparé à l'étude de Miller et Peskin. Les lignes de courant et les tourbillon pendant la phase de translation et rotation superposées sont également comparés à la littérature. Ensuite, les implications et la validité des résultats sont discutées.

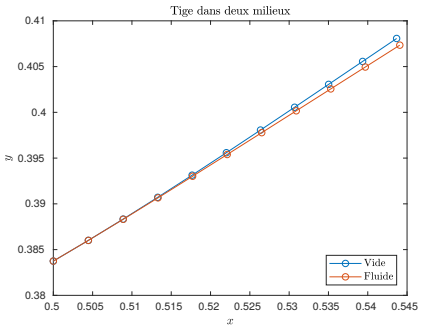
4.1 Déformation de la tige sous l'influence du fluide

Or on étudie un cas d'interaction fluide-structure on compare tout d'abord le la position de la tige à instants de temps différents dans le vide et le fluide. La conséquence d'une couplage entre le fluide et le solid est une déformation de la tige au milieu fluide qui n'apparaît pas au cas de la tige se déplaçant

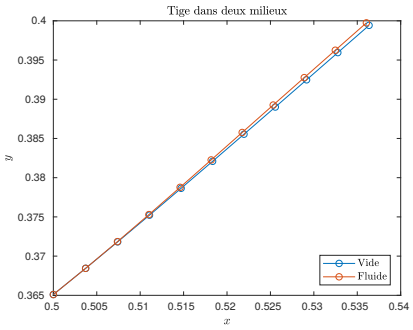
dans le vide. La figure 6 montre la tige dans les deux milieux différents avec les paramètres de ressorts, masse, longueur et vitesse pareil entre les deux aux mêmes instants de temps.



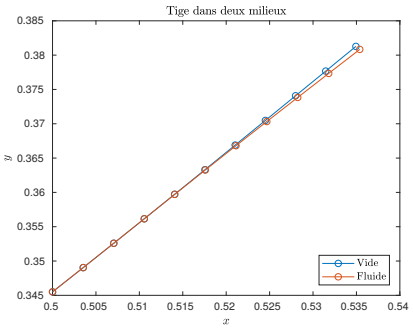
(a) Tige dans deux milieux à $6s$



(b) Tige dans deux milieux à $10.17s$



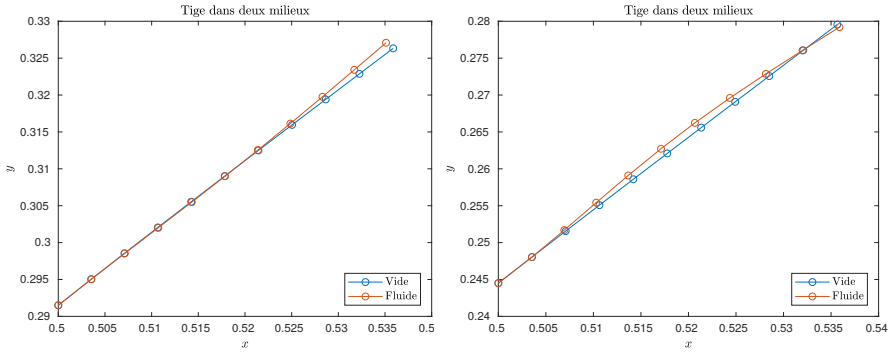
(c) Tige dans deux milieux à $14.34s$



(d) Tige dans deux milieux à $18.51s$

Figure 6: Déformation du modèle masse-ressort dans deux milieux différents pendant la phase de rotation

À $t = 6s$ (figure 6a) et $t = 10.170s$ (figure 6b) on constate que les points de masse du bord de fuite de la tige dans le milieu fluide sont retardé par rapport à la tige en vide. Les forces visqueuses agissant sur la tige en fluide l'êmpechent les points arrières de s'adapter au mouvement imposé par la condition limites du bord avant. Pendant la phase de décélération angulaire (figure 6c) la tige dans le fluide a dépassé la tige dans le vide. La force intérieure, conservée dans les ressorts de spiraux, est augmentée par la retardation à cause des forces visqueuses. Lorsqu'elle surpasse ces forces opposées les points de masse sont relâchés et l'inertie les pousse au-delà de la position de la tige en vide.
Au fin de la rotation (figure 6d) l'extrémité libre revient et dépasse encore une fois la position de la tige en vide. La figure 7 montre la tige dans les deux milieux pendant la phase de translation constante à $t = 30s$ et $t = 40s$. Pendant qu'il paraisse dans la figure 7b que les forces visqueuses impose un délai au bord de fuite dans le fluide, la figure 7a montre qu'en réalité la tige dans le fluide a été excitée en vibration.
En donnant une interprétation physique de ce comportement on fait l'hypothèse que l'ensemble des paramètres du fluide et de la tige excitent une oscillation de la tige qui ne s'amortit pas pendant les $50s$ calculées.



(a) Tige dans deux milieux à $t = 30s$ (b) Tige dans deux milieux à $t = 40s$

Figure 7: Déformation du modèle masse-ressort dans deux milieux différents pendant la phase de translation constante

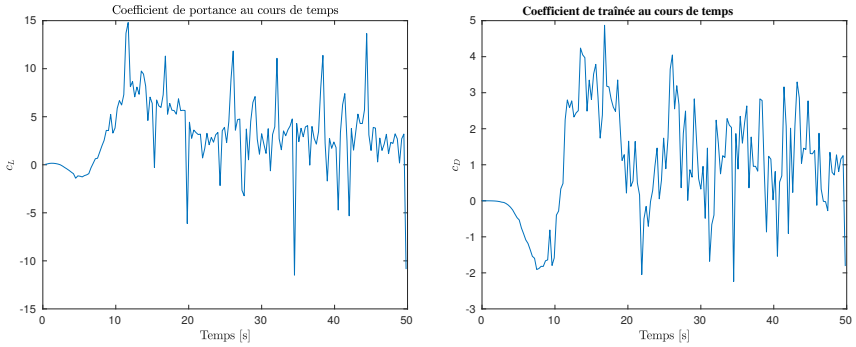
4.2 Coefficients de portance et de traînée

Le vol n'est pas possible sans qu'une force de portance soit générée par l'aile. Au même temps, le mouvement d'une aile dans un fluide entraîne une force de traînée. Pour évaluer la grandeur des forces les coefficients de portance et traînée ont été introduits dans la section 2.4. On passe, donc, à l'analyse du développement de ces valeurs au cours de temps et on les relie à l'étude de référence.
La figure 8 montre les coefficients de portance (figure 8a) et de traînée (figure 8b) en fonction de temps. Ce qui saut aux yeux, ce sont les oscillations d'amplitude large à partir d'environ 10 secondes. On n'attend pas de valeurs excédant l'ordre 1×10^1 et l'amplitude des oscillations apparaissant ici surpassent cette ordre jusqu'à 2×10^1. Ainsi il fallait écarter les résultats de l'étude comme ils ne sont pas physique. Nonobstant, en tenant compte aux oscillations de la tige dans le fluide montrés dans la section 4.1 on peut expliqué les oscillations des coefficients par ces oscillations de la tige. Les résultats sont, alors, consistant. Cette explication semble convaincante, une validation qui exclue que ce soient les effets numériques qui sont au fond de ce phénomène serait pourtant souhaitable.

En regardant les valeurs moyennes des coefficients montrés dans le tableau 1 et en les comparaissant aux valeurs donné dans l'étude de référence (tableau 2) en trouve qu'ils sont de même ordre même si le coefficient de portance dans le cas étudié surpasse la valeur de la référence par un facteur ≈ 3 et l'écart à l'égard du coefficient de traînée vaut ≈ 0.4. En conséquence, on conclue que la simulation ne montre pas des résultats non-physique mais que c'est à cause du choix de paramètres qu'on trouve ces résultats insatisfaisantes.

	Lancé	**Claqué**
c_L	3.2639	2.9416
c_D	1.006	1.6742

Tableau 1: Valeurs moyennes des coefficients de portance et traîée trouvés dans l'étude



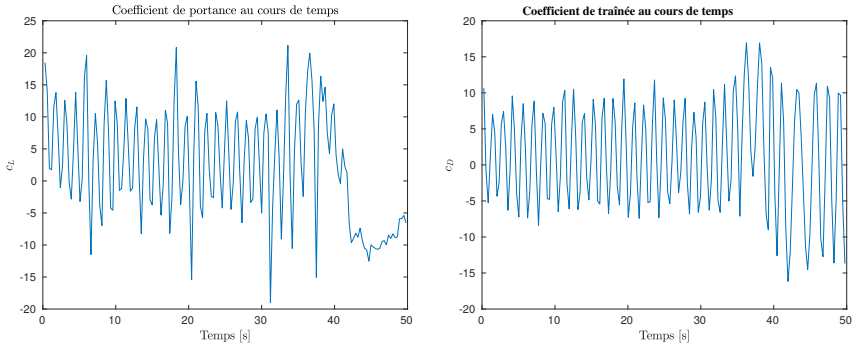
(a) Coefficient de portance en fonction de temps

(b) Coefficient de traînée en fonction de temps

Figure 8: Coefficients de portance et de traînée au cours de temps au cas lancé

	Lancé	**Claqué**
c_L	≈ 1.1	≈ 0.9
c_D	≈ 1.4	≈ 2

Tableau 2: Valeurs moyennes des coefficients de portance et traîée dans l'étude de référence



(a) Coefficient de portance en fonction de temps

(b) Coefficient de traînée en fonction de temps

Figure 9: Coefficients de portance et de traînée au cours de temps au cas lancé

En ce qui concerne la comparaison du comportement qualitative on compare les coefficients en fonction de temps de [2] aux résultats trouvés. Une différence grave au cas lancé est une inclinaison dans les valeurs négatives au début du mouvement dans la figure 8 qui ne se trouve pas dans la figure 10 (parties (A) et (B)). On rappelle que le nombre de points de masse donné ici est 10, contrairement aux 120 utilisés par [2]. En outre, le mouvement a été imposé directement aux deux points du bord avant. Le transfert du mouvement aux points suivants est aisé et la vélocité angulaire des points du bord de fuite est, donc, imposé ainsi qu'ils se déplacent contre la résistance du fluide au

début du mouvement. La distance augmenté entre le premier point libre et la condition limite en utilisant que 10 points évoque ce comportement qui a comme conséquence la phase de c_L et c_D négatifs.
Au cas claqué présenté dans la figure 9 on ne constate pas l'augmentation au début du protocole de motion. Il semble, cependant, raisonable qu'avec une condition initiale de vitesse constante les forces eux mêmes soient constante (en négligeant ici les oscillations dues à l'excitation par l'ensemble des paramètres). Le coefficient de traînée montre une croissance puis une inclination vers le fin du mouvement comparable à la figure 10 partie (D). Également, le coefficient de portance montre le même comportement et la comparaison avec la figure 10 engendre les mêmes conclusions.

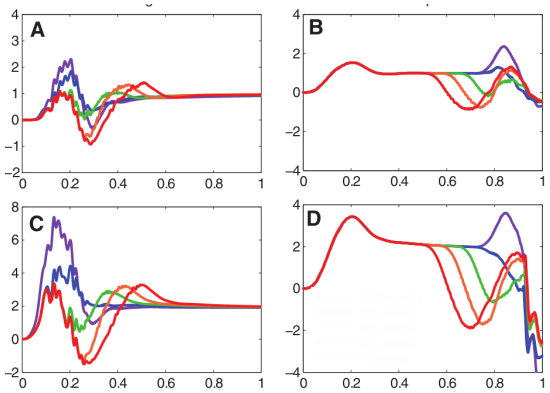
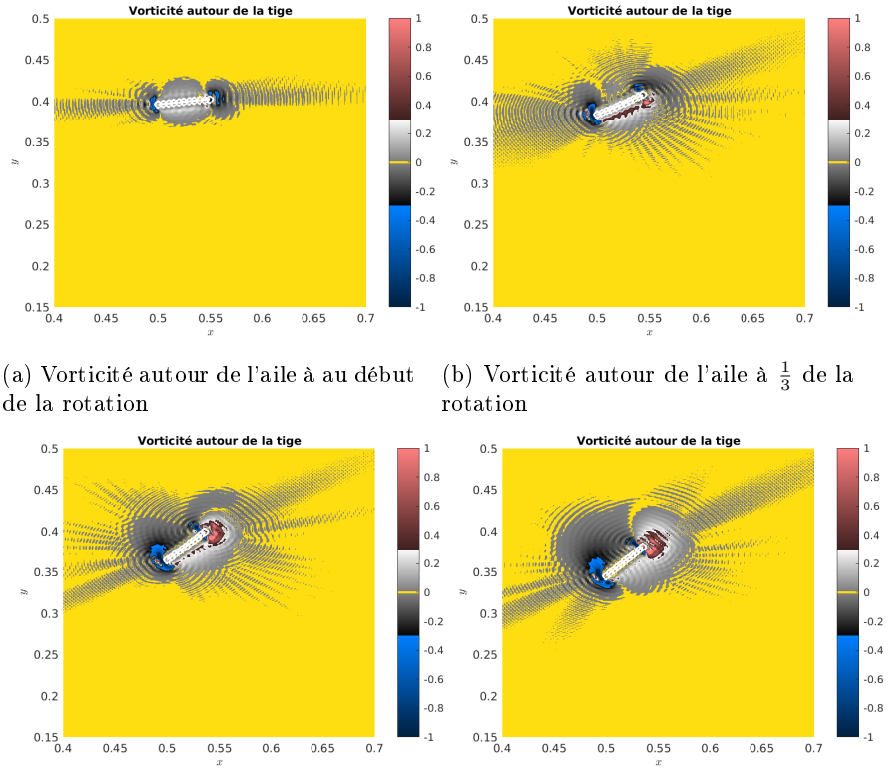


Figure 10: Coefficients en fonction de temps dans [2] avec cinématiques différentes. Le cas équivalent est montré par la ligne violet. (A) c_L lancé, (C) c_D lancé, (B) c_L claqué, (D) c_D claqué

4.3 Tourbillon

Regardant le tourbillon sert à estimer si le comportement du modèle correspond à la réalité physique. On attend qu'on tourbillon à vorticité négative apparaît au bord avant et un tourbillon de signe opposé au bord de fuite. On se concentre sur la phase d'accélération de translation et de rotation, comme elle est la plus dynamique. La figure 11 montre la vorticité autour de l'aile pendant la phase de rotation au cas lancé.

Au début du mouvement (11a) il n'y a que de tourbillon faible qui sont en train de se former. Après un tiers de la rotation (11b) les tourbillon se sont développés avec un tourbillon négatif au bord avant et un tourbillon négatif le long du face amont mais le plus fort vers le bord de fuite. Puis, deux tiers de la rotation étant passés (11c), le phénomène attendu avec un tourbillon négatif au bord avant et un tourbillon positif au bord de fuite. On s'aperçoit, cependant, de plusieurs tourbillons petits aux faces latérales. Même s'ils ne soient pas attendu ils ne contredisent pas la physique. À cause de non-glissement entre l'aile et le fluide pourrait provoquer ces tourbillons. Lorsque une rotation de 45° est achevée la structure des tourbillons persiste. Le tourbillon positif se trouve, néanmoins, plutôt en aval et le tourbillon négatif en amont.



(a) Vorticité autour de l'aile à au début de la rotation

(b) Vorticité autour de l'aile à $\frac{1}{3}$ de la rotation

(c) Vorticité autour de l'aile à $\frac{2}{3}$ de la rotation

(d) Vorticité autour de l'aile au fin de la rotation

Figure 11: Vorticité autour de l'aile pendant la phase de rotation au cas lancé

On constate plusieurs tourbillons qui traverse la tige ce qui n'est pas physique. Il est soupçonné qu'il y a une faute dans la représentation de la physique dans le modèle ou une erreur à cause du choix des paramètres.

On compare avec une figure similaire pris de [2] montrée dans la figure 12. Les lignes de courant sont affichées avec couleurs différentes pour la vorticité. Les tourbillons montré ici sont homogène dans leur distribution et strictement séparés en région positive et négative. On constate, donc, que soit le choix de paramètres, soit une erreur dans la configuration des modèles pose encore un problème. Nonobstant, la simulation montre un comportement similaire dans les aspect principaux. On trouve également deux tourbillons dominants avec les mêmes signes et qui change leur position par rapport au bord au cours de temps, malgré qu'ils ne sont pas autant développés dès le début du mouvement.

4.4 Discussion et Perspective

En gros, on trouve des différences graves entre le cas de référence et l'étude effectué ici. Ce circonstance n'est par surprenant en tenant compte au fait que le choix de paramètres de l'étude s'oriente en premier lieu à la stabilité de la

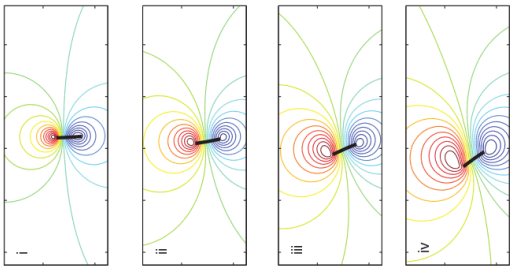


Figure 12: Phase de rotation dans l'étude de référence au cas lancé avec lignes de courant et tourbillons [2]; les tourbillons positifs sont en couleur froid et les ceux qui sont négatifs en couleur chaud

simulation. Les paramètres ne sont pas les mêmes et en conséquence les résultats ne sont pareil non plus. Malgré quelques effets perturbant l'ordre des résultats paraît raisonable par rapport à la référence. Les oscillations qu'on constate en contemplant la déformation de la tige dans le domaine fluide se prolongent aux valeurs des coefficients de portance et traînée. Leur amplitude surpasse gravement la grandeur de la valeur du coefficient elle-même tel qu'on ne peut pas arriver à une conclusion complète. Pourtant, la valeur moyenne des coefficients est de bonne ordre par rapport à la référence ce qui indique un comportement physique du modèle même si les paramètres sont mal combinés. On touve dans l'analyse des résultats les causes des perturbations dans l'ensemble des paramètres.
Il est difficile d'arriver à des conclusions détaillé avec les résultats pour une seul configuration. En conséquence, une étude détaillée qui détermine l'influence des paramètres et trouve une configuration tant stable que satisfaisant à l'égard des résultats. Au-delà, lorsque le comportement précis est reproduisable, une étude de l'aile dans un écoulement même turbulent peut donner des conclusions approfondies à l'égard du vol d'insectes à petites échelles. Finalement, en tenant compte aux études expérimentaux biologiques traitant la cinématique de l'aile au vol d'insecte, des protocoles de mouvement plus proche à la réalité que le cas de référence cité ici, pourrait être développé. Une étude numérique ainsi concevé donnerait probablement des connaissances plus approfondies du vol d'insecte.

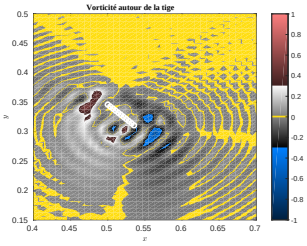
5 Conclusion

On a appliqué un modèle masse-ressort, la méthode spectrale et la méthode de pénalisation à l'étude du mouvement d'une aile d'insecte dans un fluide au repos. À partir d'une étude de référence un protocole de mouvement a été développé pour deux cas distinctes, un représentant le lancé, l'autre le claqué d'une technique de vol observé fréquemment au vol d'insecte. L'enjeu de reproduire les résultats de l'étude de référence est échoué à cause de problèmes de

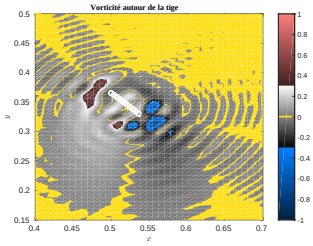
convergence du calcul ainsi que les limitations des ressources numériques. Les résultats produits en utilisant une configuration similaire montraient que les modèles sont justement implémentés comme les résultats correspondent en gros qualitativement à la référence quoique il y ait des oscillations imprévue à l'égard de la déformation de l'aile ainsi que les coefficients de portance et traînée. Ce phénomène est attribué à une combinaison défavorable de paramètres. Il est, en conséquence, proposé de faire une étude de paramètres pour éviter ces perturbations. Une fois que ce soit atteint, on peut passer à l'étude de cinématique et écoulements plus complexes et plus proche à la réalité.

A Figures supplémentaires

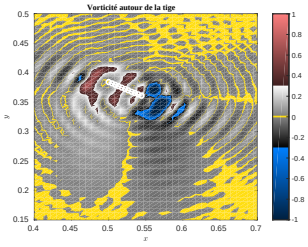
Ici se trouvent les figures qui ont été crées mais qui ont été omises du corps principale du rapport pour une lisibilité meilleure.



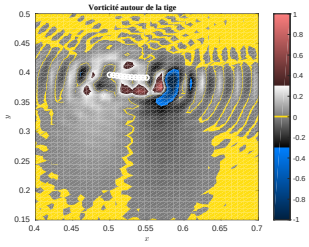
(a) Vorticité autour de l'aile à au début de la rotation



(b) Vorticité autour de l'aile à $\frac{1}{3}$ de la rotation



(c) Vorticité autour de l'aile à $\frac{2}{3}$ de la rotation



(d) Vorticité autour de l'aile au fin de la rotation

Figure 13: Vorticité autour de l'aile pendant la phase de rotation au cas claqué

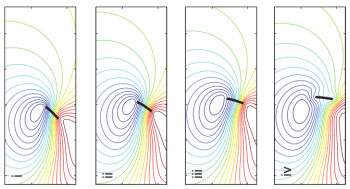
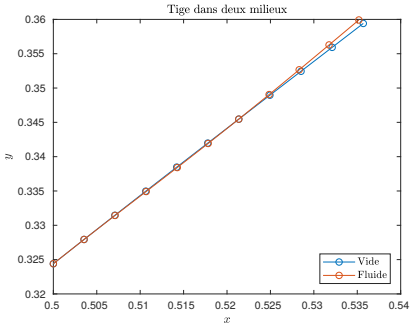
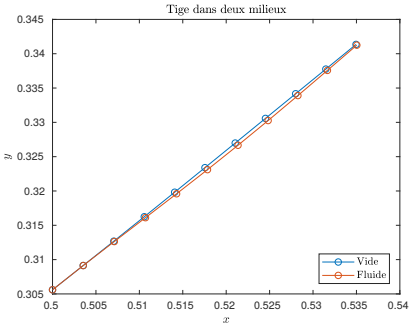


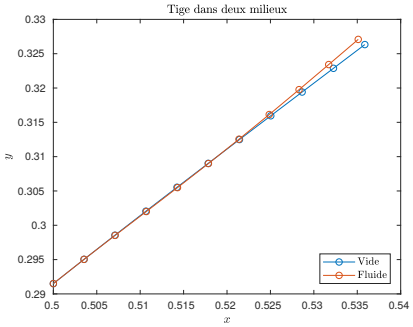
Figure 14: Phase de rotation dans l'étude de référence au cas claqué avec lignes de courant et tourbillons [2];tourbillons positifs en couleur froide, négatifs en couleur chaude



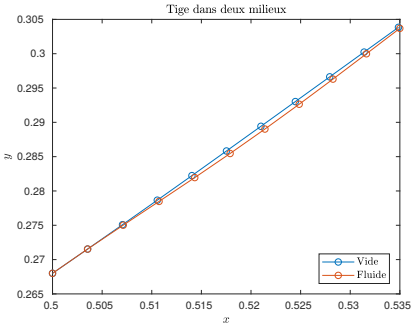
(a) Tige dans deux milieux à $24s$



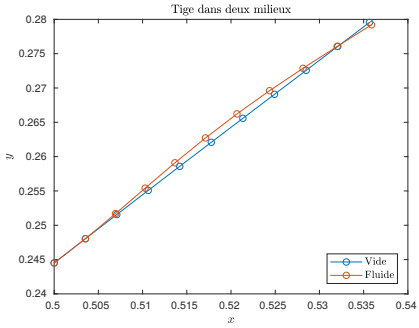
(b) Tige dans deux milieux à $27s$



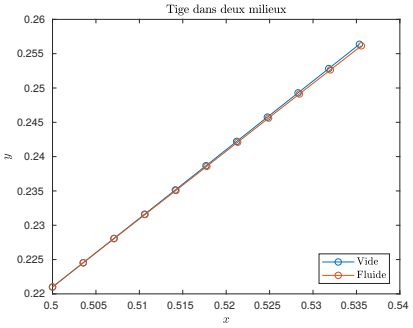
(c) Tige dans deux milieux à $30s$



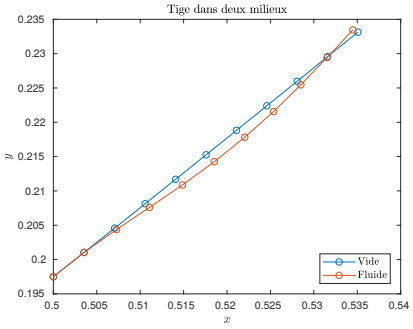
(d) Tige dans deux milieux à $35s$



(e) Tige dans deux milieux à $40s$



(f) Tige dans deux milieux à $45s$



(g) Tige dans deux milieux à $50s$

Figure 15: Déformation du modèle masse-ressort dans deux milieux différents pendant la phase de translation constante

Références

[1] D Hung Truong. Torsional spring-mass system for modelling an elastic rod, Juin 2017. Rapport sur le progrès de travail.

[2] Laura A Miller and Charles S Peskin. Flexible clap and fling in tiny insect flight. *Journal of Experimental Biology*, 212(19):3076–3090, 2009.

[3] Antoine Dauptain, Julien Favier, and Alessandro Bottaro. Hydrodynamics of ciliary propulsion. *Journal of Fluids and Structures*, 24(8):1156–1165, 2008.

[4] Sofia Allende, Christophe Henry, and Jeremie Bec. Stretching and buckling of small elastic fibers in turbulence. *arXiv preprint arXiv:1805.05731*, 2018.

[5] Joel H Ferziger and Milovan Peric. *Computational methods for fluid dynamics*. Springer Science & Business Media, 2012.

[6] Jianxiong Sheng. Numerical simulation of fluid structure interaction using pseudospectral methods with volume penalization, 2010.

[7] Philippe Angot, Charles-Henri Bruneau, and Pierre Fabrie. A penalization method to take into account obstacles in incompressible viscous flows. *Numerische Mathematik*, 81(4):497–520, 1999.

[8] Michael H Dickinson and Karl G Gotz. Unsteady aerodynamic performance of model wings at low reynolds numbers. *Journal of Experimental Biology*, 174(1):45–64, 1993.

[9] Fritz-Olaf Lehmann and Simon Pick. The aerodynamic benefit of wing–wing interaction depends on stroke trajectory in flapping insect wings. *Journal of experimental biology*, 210(8):1362–1377, 2007.